Guía de trabajo y tarea analítica 3
Ecuaciones Integrales

Para el estudio de este tema, vamos a utilizar las Notas de Heidy Gutiérrez "Funciones Especiales, Transformadas Integrales y Ecuaciones Diferenciales Parciales para Físicos y Meteorólogos", que usted tiene a su disposición en la página web de este curso.

Cada actividad vale igual (25%). Imprímalo y entréguelo el 24 de noviembre al iniciar la clase.

Actividad 1

Lea el principio de la sección 13.1 y complete el siguiente esquema:

Ecuación integral lineal más general:

$$h(s)g(s) = f(s) + \lambda \int_a K(s,t)g(t)dt$$

la función ______ es la incógnita.

Fredholm

Fredholm

el límite superior de la integral es ______

I clase: pasa cuando ______ en la ecuación más general

II clase: pasa cuando ______ en la ecuación más general

Volterra

el límite superior de la integral es ______

I clase: pasa cuando ______ en la ecuación más general

II clase: pasa cuando ______ en la ecuación más general

III clase: pasa cuando ______ en la ecuación más general y se llama también ecuación de ______

Ejercicio sencillo: ¿De qué tipo de ecuación es esta? $p(x) + \int_0^x \sin(y)p(y)dy = \cos(x)$

¿Cuál es el Kernel?

Actividad 2

Lea la sección 13.1.1 y los ejemplos 13.1.1 y 13.1.2 y transforme la siguiente ecuación diferencial en una ecuación integral de Volterra:

$y'(x) - x\,y(x) = 0$, con la condición $y(0) = 1$.

Queda una ec. de Volterra de ☐ I Clase ☐ II Clase ☐ III Clase , y es

☐ homogénea ☐ inhomogénea

con kernel: ____________

Actividad 3

Resuelva la ecuación integral $y(x) = \int_0^x \sin(x-t)y(t)dt + 1$ por medio de tranformadas de Laplace.

Actividad 4

Lea el método de series de Neumann (sección 13.2.1) y los ejemplos 13.2.1 y 13.2.2. Complete:

Para el método de solución por series empezamos por

____

(paso 1, algo relacionado con la solución y(x))

y luego, ______________________ una y otra vez hasta acercarnos a la solución

(paso 2, lo que hacemos con paso 1)

y(x) $\approx$ ______ + ______ + ______ + · · ·

Resuelva la ecuación integral $\phi(x) = 1 - 2\int_0^x t\phi(t)dt$ por medio de la serie de Neumann. Primero llegue hasta un cierto orden (2 o 3), y luego utilice inducción para obtener el límite.

Prueba opcional

Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales

Para mejorar el puntaje obtenido en el primer examen parcial. Es opcional e individual. Vale 5% de la nota total del curso. Se entrega con la tarea analítica 3.

1. Considere la ecuación de onda en coordenadas esféricas. Calcule todas las funciones base de la solución general mediante el método de variables separables (el mismo problema del examen). (25%)
2. Con el problema anterior, muestre en qué condiciones la solución se reduce a la de una onda esférica propagándose radialmente hacia afuera. Escriba, por ejemplo, los valores que deben tener los autovalores de las funciones especiales en cada coordenada para conseguir ese resultado. Lo que pide este ejercicio, en otras palabras es que ud plantee las condiciones de frontera adecuadas para obtener esta solución. (25%)
3. Encuentre las funciones base de la solución mediante el método de variables separables para la ecuación diferencial de Helmholtz en coordenadas cilíndricas (25%).
4. Considere una placa rectangular semiinfinita de metal (buen conductor) que se ubica con un extremo de ancho π sobre el eje x (el otro extremo está al infinito) y los otros dos lados son paralelos al eje y y uno de ellos se ubica sobre el eje y mismo. El estado estacionario de este sistema está dado por la ecuación de Laplace. Resuelva esa ecuación diferencial si la frontera de abajo se mantiene a una temperatura $\phi = \cos(x)$ y los lados se mantienen a 0º. Pista: debería quedarle una serie. (25%)